**Лекція 1.**

**Тема: Введення у дослідження нелінійної динаміки.**

**План:**

1.Введение.

2. Характерные пространственно-временные характеристики процессов, которые нас окружают.

3. Балансные уравнения. Способ построения математических моделей существующих процессов (в физике, в биологии, в медицине, в социологии и т.д.).

* Модель Лотки-Вольтерры "хищник-жертва".
* Модель Дж. Форрестера "Мир-1".

**ХАРАКТЕРНЫЕ ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССОВ, КОТОРЫЕ НАС ОКРУЖАЮТ. ЗАКОНЫ «РОСТА» ПРОЦЕССОВ ВО ВРЕМЕНИ**

1. Стационар: ****
2. **Равномерное движение: **
3. Обобщение: Степенной рост

**; ;**

**Обобщение:** ; ; .

1. Экспоненциальный "рост": 

**Обобщение:** ; ; .

1. Взрывной (гиперболический): ;;

**; ; ;**

**;** ; .

**Пример.1**

N = C/(T1-T) = 186 / (2025-T) млрд,

где N -- число людей на Земле в момент времени T; T1 -- критическая дата от Рождества Христова; C -- постоянная с размерностью [*человекогоды*].

**Пример 2**

**Взрывная неустойчивость волн.**

1. **Колебательные процессы:**

** **

****

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| ; |  |  |

**БАЛАНСНЫЕ УРАВНЕНИЯ. СПОСОБ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СУЩЕСТВУЮЩИХ ПРОЦЕССОВ (В ФИЗИКЕ, В БИОЛОГИИ, В МЕДИЦИНЕ, В СОЦИОЛОГИИ И Т.Д.)**

**Модель Лоттки-Вольтерры "Хищник-жертва"**

|  |  |
| --- | --- |
| Alfred James Lotka.jpg  **Альфред Джеймс Лотка**  ([англ.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B3%D0%BB%D0%B8%D0%B9%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) *Alfred James Lotka*;  2 марта 1880 года — 5 декабря 1949 года) | Vvolterra.jpg  **Ви́то**[[2]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%82%D0%B5%D1%80%D1%80%D0%B0,_%D0%92%D0%B8%D1%82%D0%BE" \l "cite_note-2) **Вольте́рра**[[3]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%82%D0%B5%D1%80%D1%80%D0%B0,_%D0%92%D0%B8%D1%82%D0%BE" \l "cite_note-3)[[4]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%82%D0%B5%D1%80%D1%80%D0%B0,_%D0%92%D0%B8%D1%82%D0%BE#cite_note-4)  ([итал.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D1%82%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D1%8F%D0%BD%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) *Vito Volterra*; [3 мая](https://ru.wikipedia.org/wiki/3_%D0%BC%D0%B0%D1%8F) [1860](https://ru.wikipedia.org/wiki/1860) — [11 октября](https://ru.wikipedia.org/wiki/11_%D0%BE%D0%BA%D1%82%D1%8F%D0%B1%D1%80%D1%8F) [1940](https://ru.wikipedia.org/wiki/1940)) |

Без учета хищников:

 ; ,

где  — величина популяции жертв,  — скорость прироста популяции жертв,  — коэффициент рождаемости жертв. Видим, что количество жертв растет.

Без учёта жертв:



где  — коэффициент убыли хищников,— величина популяции хищников, — скорость прироста популяции хищников.

При встречах хищников и жертв:

,

где  - декремент убыли жертв,  - инкремент прироста хищников.

**Решение задачи**

**Нахождение стационарной позиции системы**

 ( );  ().

Стационарная точка системы, вокруг которой происходят колебания:

.

**Линеаризованная система уравнений при**  и :

, ;

;

.

Полученное выражение является уравнением гармонического осциллятора с периодом

 и частотой .

**Мировая динамика. Модель Форрестера.**

|  |  |
| --- | --- |
| Jay Forrester 1950s.jpg  **Джей Райт Форрестер**  ([англ.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B3%D0%BB%D0%B8%D0%B9%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) *Jay Wright Forrester*;  [14 июля](https://ru.wikipedia.org/wiki/14_%D0%B8%D1%8E%D0%BB%D1%8F) [1918](https://ru.wikipedia.org/wiki/1918_%D0%B3%D0%BE%D0%B4),— [16 ноября](https://ru.wikipedia.org/wiki/16_%D0%BD%D0%BE%D1%8F%D0%B1%D1%80%D1%8F) [2016](https://ru.wikipedia.org/wiki/2016_%D0%B3%D0%BE%D0%B4)) | Aurelio Peccei (1976).jpg  **Ауре́лио Печче́и**  ([итал.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D1%82%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D1%8F%D0%BD%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) *Aurelio Peccei*  [4 июля](https://ru.wikipedia.org/wiki/4_%D0%B8%D1%8E%D0%BB%D1%8F) [1908](https://ru.wikipedia.org/wiki/1908_%D0%B3%D0%BE%D0%B4) — [14 марта](https://ru.wikipedia.org/wiki/14_%D0%BC%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B0) [1984](https://ru.wikipedia.org/wiki/1984_%D0%B3%D0%BE%D0%B4)) |

 (1)

; (2) (население)

; (3) (загрязнение)

; (4) (промышленные фонды)

. (5) (фонды сельского хозяйства)

. (6) (невозобновляемые ресурсы)

Вернемся к модели "хищник-жертва":



; ; .

.

.

.

(,).

**ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:**

1. Построить в программе MathCad перечисленные в лекции временные зависимости.
2. построить в программе MathCad зависимости , , зависимости  - фазовый портрет системы, являющихся решениями системы уравнений:



для ряда значений параметров и дать качественное объяснение полученным зависимостям.

a) Рассмотреть предельный случай, когда жертва и хищник не взаимодействуют.

b) В качестве начальных выбрать следующие значения коэффициентов:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Параметр** | **Львы** | **Антилопы** |
| **Начальная численность** | 30 | 100 |
| Смертность/ Прирост | 0.02 | 2 |
| Межвидовое взаимодействие | 0.001 | 0.01 |

**Так подобрать параметры задачи, чтобы отсуствовали резкие возрастания и убывания количества численности в обеих популяциях, т.е. подобрать условия достаточно равномерного совместного обитания на одной территории.**

При этом использовать встроенную процедуру расчета системы дифференциальных уравнений:

